
ЛЕКЦИЯ 1

ФОТОЭФФЕКТ. ЭФФЕКТ КОМПТОНА

Элементарные частицы обладают **квантовыми** (волновыми) свойствами. Но фотоны (кванты электромагнитного излучения) обладают свойствами частиц тоже.

Первый семинар посвящается эффектам, в которых фотон проявляет свои **корпускулярные свойства**. Существуют два ярких эффекта, противоречащих классической волновой оптике.

1. Фотон. Фотоэффект

Первый опыт — **фотоэффект**. Катод освещается световым потоком. Цепь замыкается, возникает фототок, потому что из материала фотокатода выбрасываются электроны под действием света. Они замыкают цепь. Схема опыта представлена на рисунке (1.1)

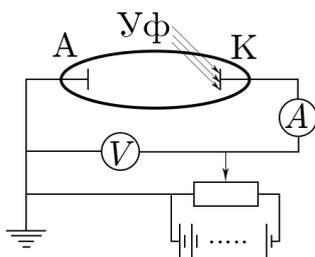


Рис. 1.1

$$V = \varphi_A - \varphi_K.$$

Экспериментально были получены такие закономерности для фототока от напряжения и для запирающего напряжения от частоты падающего света. Эти закономерности представлены на рисунке (??) и на рисунке (1.2). Как видно из графика, существует граница для напряжения, ниже которой фотоэффект не происходит. Эта граница для напряжения называется **запирающее напряжение**. Так же существует граница для

частоты падающего света, ниже которой опять фотоэффект не происходит. Эта граница для частоты падающего света называется **красная граница фотоэффекта**.

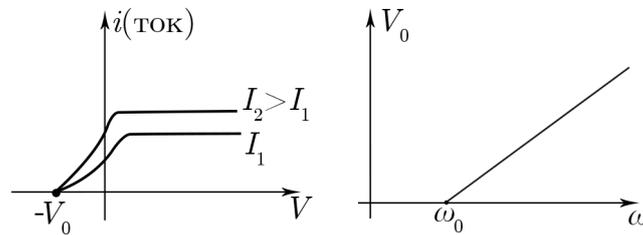


Рис. 1.2

Объяснить это исходя из того, что свет есть электромагнитная волна, никаким образом не удавалось. Но с точки зрения корпускулярных свойств света удалось.

Для этого **Эйнштейн** записал

$$\hbar\omega = A_{\text{вых}} + \frac{mv^2}{2}.$$

Очевидно, что $\hbar\omega_0 = A_{\text{вых}}$, где ω_0 — красная граница фотоэффекта.

$$\Rightarrow \frac{mv_{\text{max}}^2}{2} = \hbar(\omega - \omega_0).$$

Дальше рассмотрим электронную часть.

Теперь рассмотрим запирающую лампу. $\frac{mv_{\text{max}}^2}{2}$ — кинетическая энергия, которая гасится в области электрического поля. Она равна работе электромагнитного поля по гашению.

$$\frac{mv_{\text{max}}^2}{2} = \hbar(\omega - \omega_0) = eV_0.$$

Но на самом деле из-за разнородности катода и анода возникает **контактная разность потенциалов**.

$$\Rightarrow \frac{mv_{\text{max}}^2}{2} = \hbar(\omega - \omega_0) = e(V_0 + V_c).$$

Выясним, что такое контактная разность потенциалов.

Для того чтобы объяснить последнее, нарисуем диаграмму энергии фотонов. Она представлена на рисунке (1.3).

Электроны в отдельно взятом атоме занимают энергетические уровни. Когда эти атомы объединяются в кристалл, расстояние между дискретными уровнями уменьшается. Следовательно, появляется предельный уровень, которая называется **энергия Ферми**. Выше энергии Ферми не занято электронами. **Работа выхода** — энергия, затрачиваемая при выходе электронов с энергией Ферми.

В итоге, освобожденные электроны имеют разные энергии.

Задача 1.17. Фотоэффект

Какую минимальную длительность импульса фототока можно получить в вакуумном фотоэлементе, между анодом и катодом которого приложено напряжение в несколько сотен вольт, при освещении фотокатода короткими (10^{-11} с) импульсами света с длиной

! Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

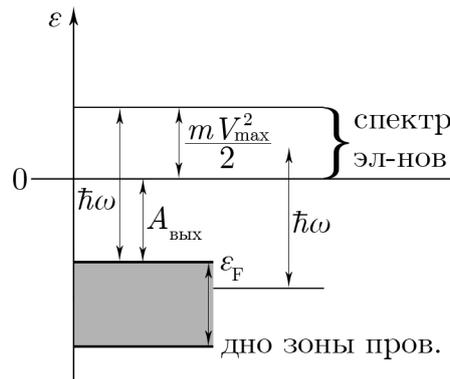


Рис. 1.3

волны $\lambda = 500$ нм. Красная граница материала фотокатода $\lambda_{кр} = 1000$ нм, напряженность поля между анодом и фотокатодом $E = 300 \frac{В}{см}$.

Решение.

Расстояние между анодом и катодом:

$$l = \frac{at_1^2}{2} = \frac{eEt_1^2}{2m} = v_m t_2 + \frac{eEt_2^2}{2m}.$$

$$\Rightarrow t_1 = t_2 \sqrt{1 + \frac{2mv_m}{eEt_2}},$$

$$v_m t_2 \ll \frac{eEt_2^2}{2m} \Rightarrow \frac{2mv_m}{eEt_2} \ll 1,$$

$$\Rightarrow t_1 \approx t_2 + \frac{mv_m}{eE}.$$

Запишем уравнение Эйнштейна

$$\frac{mv_m^2}{2} = \hbar(\omega - \omega_0),$$

$$v_m^2 = \frac{2\hbar}{m}(\omega - \omega_0),$$

$$\hbar\omega = \hbar\nu = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow v_m^2 = \frac{2hc}{m} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right).$$

$$\text{Окончательно, } \Delta t = t_1 - t_2 = \frac{1}{eE} \sqrt{\frac{2hc}{m} \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)}.$$

Рассмотрим картинку (1.4) чтобы установить, что такое **контактная разность потенциалов**.

На картинке изображены приведенные в контакт два материала с разными **уровнями Ферми**. После соединения энергия Ферми отвечает за химический потенциал. Условие равновесия всякой системы с переменным числом частиц есть **равенство химических потенциалов**. Начнутся перетекания электронов как в сообщающихся сосудах. На контакте возникает потенциальный барьер — это и есть контактная разность потенциалов.

! Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu



Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

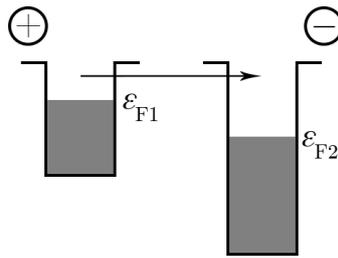


Рис. 1.4

2. Эффект Комптона

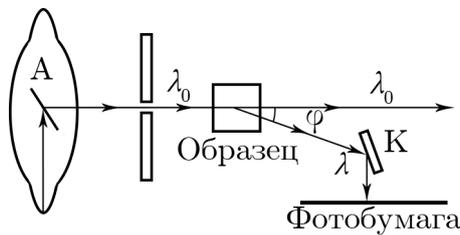


Рис. 1.5

На картинке (1.5) изображена **рентгеновская лампа**. Она осуществляет **обратный фотоэффект**. Электронами возбуждается появление гамма-квантов. Электроны вбиваются в анод и излучают электромагнитное излучение, которое вбивается в образец. Некоторые рассеиваются, и в этом случае они меняют свою длину волны, и тогда становится возможным наблюдать их на фотобумаге.

Комптон определил, что

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \Lambda_e(1 - \cos\phi).$$

Λ_e есть **комптоновская длина волны** электронов. $\Lambda_e = 3,86 \cdot 10^{-11}$ см.

Объясним, почему рассеянные γ -кванты меняют длину волны. Это явление объясняется, если γ -квант считать частицей.

Реакция представлена на рисунке (1.6)

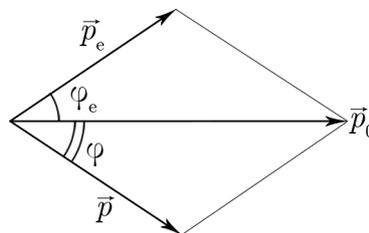


Рис. 1.6

Напишем законы сохранения.

Закон сохранения импульса выглядит следующим образом:

$$\vec{p}_0 = \vec{p}_e + \vec{p}.$$



Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu

! Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

Закон сохранения энергии:

$$\epsilon_{\phi_0} + mc^2 = e_{\phi} + \epsilon_e \Rightarrow \epsilon_e = \epsilon_{\phi_0} + mc^2 - e_{\phi}.$$

По теореме косинусов получаем

$$p_e^2 = p_0^2 - 2pp_0 \cos \phi + p^2.$$

Соотношение между импульсом и энергией фотона:

$$\frac{\epsilon_{\phi_0}}{c} = p_0.$$

Решая эти уравнения, получим:

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = 2\pi \frac{\hbar}{mc} (1 - \cos \phi) = \Lambda_e (1 - \cos \phi).$$

Задача 1.23. Рассеяние фотона на неподвижном электроне

Фотон рентгеновского излучения с длиной волны λ в результате комптоновского рассеяния на неподвижном свободном электроне отклонился от первоначального направления на угол θ . Определить кинетическую энергию T_e и импульс p_e электрона отдачи. Дать численный ответ для $\lambda = 0,02$ нм и $\theta = 90^\circ$.

Решение.

Напомним, что

$$\lambda - \lambda_0 = \Lambda_e (1 - \cos \phi).$$

Закон сохранения энергии:

$$\epsilon_{\phi_0} + mc^2 = e_{\phi} + T_e + mc^2,$$

где T_e — кинетическая энергия частицы, а $T_e + mc^2$ — полная энергия частицы.

$$\begin{aligned} T_e = \epsilon_{\phi_0} - e_{\phi} &= \frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda} = hc \left(\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda \lambda_0} \right) = \frac{hc \Lambda_e (1 - \cos \phi)}{\lambda_0 (\lambda_0 + \Lambda_e (1 - \cos \phi))}. \\ \Rightarrow T_e &= \frac{hc}{\lambda} \frac{\Lambda_e}{\lambda_0 + \Lambda_e}. \end{aligned}$$

Релятивистская формула для энергии электронов

$$\epsilon_e^2 = T_e^2 + 2mc^2 T_e + m^2 c^4 = p_e^2 c^2 + m^2 c^4.$$

$$\Rightarrow p_e c = \sqrt{T_e (T_e + 2mc^2)} = 8,3 \cdot 10^4 \text{ эВ}.$$

Задача 1.32. Рассеяние фотона на электроне

С какой скоростью v должен двигаться электрон, чтобы летящий ему навстречу фотон с длиной волны $\lambda = 0,0024$ нм не изменил свою энергию при 180° -рассеянии?

! Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu

Решение.

$$\Lambda_e = \frac{h}{mc} = 0,0243 \text{ нм},$$

$$\Rightarrow \lambda \approx \Lambda_e.$$

Напишем закон сохранения энергии:

$$\hbar\omega + \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \hbar\omega' + \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta'^2}}.$$

Следовательно, для электрона получается:

$$\beta' = \beta.$$

Закон сохранения импульса:

$$\frac{\hbar\omega}{c} - \frac{m\beta c}{\sqrt{1-\beta^2}} = -\frac{\hbar\omega'}{c} + \frac{m\beta c}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

$$\Rightarrow \frac{\hbar\omega}{c} = \frac{m\beta c}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\hbar \cdot 2\pi}{\lambda} = \frac{h}{\lambda},$$

$$\Rightarrow \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{h}{mc\lambda} = \frac{\Lambda_e}{\lambda} \approx 1,$$

$$\Rightarrow \beta = \sqrt{1-\beta^2}. \Rightarrow \beta^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow v = \frac{c}{\sqrt{2}}.$$

Задача 1.48. Испускание гамма-кванта возбуждённым ядром

Возбужденное ядро с энергией возбуждения $\Delta\epsilon = 1 \text{ МэВ}$ с $A = 100$ движется с кинетической энергией $T = 100 \text{ эВ}$ и испускает γ -квант. Под каким углом к направлению движения ядра сдвиг γ -кванта по энергии будет равен нулю?

Решение.

Возбужденное ядро рождает γ -кванты. В этом случае наблюдается **эффект Доплера**.

В нерелятивистском случае

$$v \ll c \text{ и } \omega \approx \omega_0 \left(1 + \frac{v}{c} \cos \theta\right).$$

В релятивистском случае:

$$\omega = \omega_0 \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta \cos \theta}.$$

Нужно, чтобы выполнялось следующее соотношение:

$$\epsilon = \Delta\epsilon,$$

$$\Rightarrow \frac{mv^2}{2} = T \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2T}{m}} = \sqrt{\frac{2T}{Am_p}},$$

7

! Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

$$m_p \approx 1.66 \cdot 10^{-24} \text{ з.}$$

В системе покоя ядра выполняется:

$$p_\gamma = p_{\text{я}}.$$

$$\hbar \Delta\omega = T_{\text{яд}}^{\text{отдачи}} = \frac{p^2}{2m} = \frac{\left(\frac{E_\gamma}{c}\right)^2}{2m} = \frac{E_\gamma^2}{2mc^2}.$$

Истинная энергия излучения равна:

$$\hbar\omega = E_\gamma - T_{\text{яд}} = E_\gamma \left(1 - \frac{E_\gamma}{2mc^2}\right).$$

В лабораторной системе отсчета (ЛСО) под углом θ из-за **эффекта Доплера**:

$$\omega(\theta) = \omega_0 \left(1 + \frac{v}{c} \cos \theta\right) = \frac{E_\gamma}{\hbar} \left(1 - \frac{E_\gamma}{2mc^2}\right) \left(1 + \frac{v}{c} \cos \theta\right) \approx \frac{E_\gamma}{\hbar} \left(1 + \frac{v}{c} \cos \theta - \frac{E_\gamma}{2mc^2}\right).$$

Сдвига не будет наблюдаться, если $\frac{v}{c} \cos \theta = \frac{E_\gamma}{2mc^2}$.

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{E_\gamma}{v - 2mc} = \frac{E_\gamma}{2\sqrt{2T}mc^2} \approx 0,116.$$

$$\Rightarrow \theta \approx 83.3^\circ.$$

Задача 1.50. Рассеяние нейтрино на электронах

По современным представлениям в спектре солнечных лучей нейтрино должна существовать достаточно интенсивная монохроматическая линия с энергией $\epsilon_\nu = 0,86 \text{ МэВ}$, что обусловлено идущей на Солнце реакцией ${}^7\text{Be} + e^- \rightarrow \nu_e$. Для регистрации нейтрино был создан детектор BOREXINO с жидким сцинтиллятором, в котором регистрируются электроны по реакции рассеяния (ν, e^-) . Какова максимальная кинетическая энергия регистрируемых электронов?

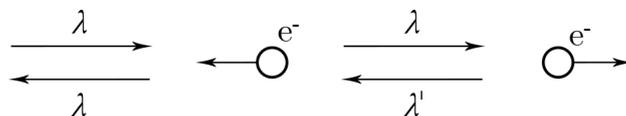
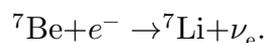


Рис. 1.7

Решение.

Реакцию схематично представлена на рисунках (??), (1.7) и (1.8)

$$\epsilon_\nu = 0.86 \text{ МэВ},$$



! Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu



Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

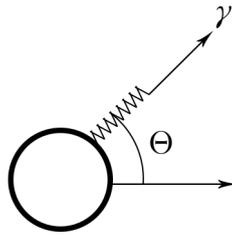


Рис. 1.8

Это эффект Комптона на нейтрино:

$$\lambda' = \lambda + \Delta\lambda^{\max},$$

$$\Delta\lambda = \Lambda_e(1 - \cos\theta) \Rightarrow \Delta\lambda^{\max} = \lambda' - \lambda = 2\Lambda_e.$$

Закон сохранения энергии:

$$h\nu + mc^2 = h\nu' + E_e^{\max} = T_e^{\max} + mc^2,$$

$$T_e^{\max} = h(\nu - \nu') = h\left(\frac{c}{\lambda} - \frac{c}{\lambda'}\right) = \frac{hc}{\lambda\lambda'}(\lambda' - \lambda) = E_\gamma \frac{\Delta\lambda^{\max}}{\lambda'} = E_\gamma \frac{\Delta\lambda^{\max}}{\lambda + \Delta\lambda^{\max}} = 0,663 \text{ МэВ},$$

$$\lambda = \frac{hc}{E_\gamma} = 1,44 \cdot 10^{-10} \text{ см}.$$



Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu