
ЛЕКЦИЯ 9

АТОМ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ (ПРОДОЛЖЕНИЕ)

Задача 6.66. Аналог эффекта Эйнштейна – де Гааза в ферромагнетиках

Образец тефлона массой 50 г намагничивается в магнитном поле $B = 20$ кГс при температуре $T = 0,05$ К. Намагничивание обусловлено расщеплением основного состояния ядра фтора ^{19}F в магнитном поле на два подуровня. При выключении поля образец получает момент импульса $L = 24,2 \cdot 10^{-6}$ эрг \cdot с. Определить величину магнитного момента ядра фтора.

Решение.

$$\nu = \frac{M}{\mu} = \frac{N}{N_A} = \frac{1}{n}.$$

Число атомов будет:

$$N_0 = 2N_A \cdot n \cdot \frac{1}{n} = 2N_A.$$

Образец тефлона попадает в магнитное поле. Он находится во внешнем магнитном поле.

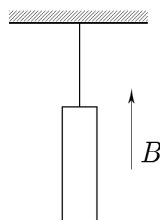


Рис. 9.1

Когда выключают поле, возникает вращательный момент импульса. Это происходит из-за того, что большое количество атомов выстраиваются по полю в этом магнитном поле, потому что в такой конфигурации они обладают меньшей энергией. Но какая-то часть этих атомов не выстроится по полю. При выключении поля все уравнивается. То есть тепловое движение распределяет эти частицы равномерно по полю и против поля.



Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

Рассматривается двухуровневая система. Нужно выяснить, сколько атомов содержится в этом образце. При этом в условиях задачи написано, что атомы фтора определяют состояние этого образца, то есть его магнитный момент. Число ядер фтора равно $2N_A$.

Нарисуем систему уровней. Она показана на рисунке (9.2).

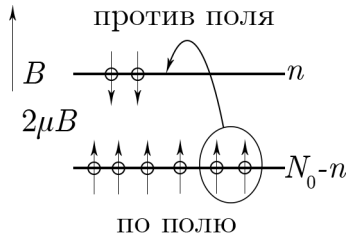


Рис. 9.2

Если есть магнитное поле, то какие-то атомы (магнитные моменты ядер) расположены по полю, а какая-то малая часть — все-таки против поля (т. к. $T \neq 0$).

Их распределение:

$$\frac{n}{N_0 - n} = \exp\left\{\left(-\frac{\Delta E}{kT}\right)\right\},$$

где $\Delta E = 2\mu B$ — распределение Больцмана.

$$\Rightarrow n = N_0 \frac{\exp\left\{\left(-\frac{\Delta E}{kT}\right)\right\}}{1 + \exp\left\{\left(-\frac{\Delta E}{kT}\right)\right\}}.$$

Отсюда можно найти ΔN :

$$\Delta N = (N_0 - n) - n = N_0 - 2n = N_0 \frac{1 - \exp\left\{\left(-\frac{\Delta E}{kT}\right)\right\}}{1 + \exp\left\{\left(-\frac{\Delta E}{kT}\right)\right\}}.$$

Разложим экспоненту:

$$\Delta n = \frac{N_0 \frac{\Delta E}{kT}}{2 - \frac{\Delta E}{kT}} \approx \frac{\mu B}{kT} N_0.$$

Когда выключится магнитное поле, то за счет теплового движения (температура не равна нулю) произойдет разориентация, и тогда половина частиц нижнего ряда (ориентированных по полю) перейдет на верхний. Два уровня заполнятся равномерно за счет теплового движения. То есть при снятии поля половина ΔN поменяют направление, все разориентируются. Общий момент импульса будет равен

$$L = \frac{\Delta N}{2} \cdot \hbar.$$

В верхней формуле нужно число этих частиц $\frac{\Delta N}{2}$ умножить на \hbar , так как каждое ядро имеет собственный момент импульса $\frac{\hbar}{2}$, и меняет свое направление.

$$L = \frac{\Delta N}{2} \cdot \hbar = \frac{1}{2} \frac{\mu B \hbar}{kT} N_0 = \frac{\mu B \hbar N_A}{kT},$$



Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu

! Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

$$\mu = \frac{LkT}{B\hbar N_A} = 13,25 \cdot 10^{-24} \frac{\text{эрг}}{\text{Гс}} = 2,4\mu_{\text{эд}},$$

$$\mu_{\text{эд}} = \frac{e\hbar}{2m_p c} = 5,05 \cdot 10^{-24} \frac{\text{эрг}}{\text{Гс}}.$$

Задача 4.52. Дипольное излучение

Дана формула, определяющая интенсивность дипольного излучения:

$$I = \frac{2}{3c^3} \ddot{d}^2,$$

где d — дипольный момент излучающей системы.

Оценить время жизни первого возбужденного уровня однократно ионизованного атома гелия. Считать атом **гармоническим осциллятором**.

! Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu



Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

Решение.

Радиус боровской орбиты у водородоподобного атома:

$$r_n = \frac{r_B}{Z} n^2.$$

$$d = r_n e = e r_n e^{i\omega t}.$$

Полагаем, что r_n меняется по гармоническому закону.

$$\ddot{d} = e\omega^2 r_n = e\omega^2 \frac{r_B}{Z} n^2.$$

Это — вторая производная дипольного момента, которая и характеризует **мощность излучателя**:

$$\Rightarrow \ddot{d}^2 = \frac{e^2 \omega^4 r_B^2 n^4}{Z^2}.$$

$$\tau \sim \frac{\hbar\omega}{I} = \frac{\hbar\omega 3c^3}{2\ddot{d}^2} = \frac{3}{2} \frac{Z^2}{n^4} \alpha \hbar \frac{(mc^2)^2}{(\hbar\omega)^3}.$$

Требуется посчитать время жизни для атома гелия:

$$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \Rightarrow \tau = 6,6 \cdot 10^{-12} \text{ с.}$$

Задача 4.46. Сложные атомы

В сложных атомах электрическое поле, в котором движется электрон, формируется как ядром, так и другими электронами. Однако в щелочных металлах с достаточной точностью можно считать, что внешний электрон движется в поле ядра с эффективным зарядом $Z_{\text{эфф}}$. Оценить величину эффективного заряда для $3P$ -электрона Na, если известно, что потенциал ионизации натрия равен $U_D = 5,1$ эВ, а длина волны его яркой желтой линии $\lambda = 589$ нм (переход $3P \rightarrow 3S$).

Решение.

Дублет (две близкие линии) рассматривается как единая линия. Нарисуем схему:

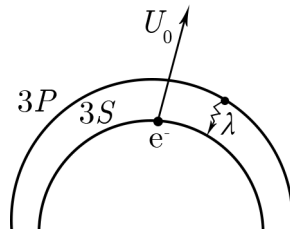


Рис. 9.3

Энергия перехода равна

$$\Delta E_{3p \rightarrow 3s} = \frac{hc}{\lambda} = 2,1 \text{ эВ.}$$



Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu

! Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

Найдем энергию $3P$ -уровня:

$$E_{3p} = U_0 - \Delta E_{3p \rightarrow 3s} = 3 \text{ эВ.}$$

С другой стороны, для энергии этого состояния можем написать:

$$E_{3p} = \frac{R_y}{3^2} \cdot Z_{\text{эф}}^2 \Rightarrow Z_{\text{эф}}^2 = \frac{3^2 E_{3p}}{R_y} = 1,985,$$

$$Z_{\text{эф}} = \sqrt{1,985} = 1,4.$$

Получен **эффeктивный заряд**, в поле которого находится этот единственный электрон натрия.

Задача 6.67. Атом гелия

В атоме гелия состояние 3S_1 отстоит от основного примерно на 20 эВ. Оценить в какое магнитное поле нужно поместить атом гелия, чтобы выстроить спины его электронов параллельно.

Решение.

В атоме гелия есть состояние 3S_1 , которое отстоит от основного примерно на 20 эВ. Разберем, что такое основное состояние гелия. Для этого нарисуем (9.4).

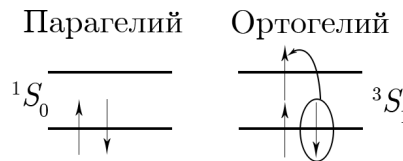


Рис. 9.4

Рассмотрим **парагелий**. На одном энергетическом уровне по **принципу Паули** могут находиться два электрона с разнонаправленными спинами. Мультиплетность этого состояния равна единице. Значит, спин равен нулю:

$$2S + 1 = 1 \Rightarrow S = 0, \quad L = 0, \quad J = 0.$$

Рассмотрим **ортогелий**. Мультиплетность:

$$2S + 1 = 3 \Rightarrow S = 1, \quad L = 0, \quad J = 1$$

По условию задачи, между этими состояниями есть разница в энергии 20 эВ. Теперь посмотрим, в какое поле это можно поместить.

$$\Delta E = 20 \text{ эВ} = 2\mu_B B,$$

где μ_B — магнитный момент электрона.

$$B = \frac{\Delta E}{2\mu_B} = 1,7 \cdot 10^9 \text{ Гс.}$$

! Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu



Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

Задача 6.65. Расщепление пучка атомов через прибор типа Штерна–Герлаха

В атомах хлора, находящихся в основном состоянии $^2P_{3/2}$, один из электронов с $l_z = 1$ из $3P$ -оболочки переведен в $3D$ -оболочку. При этом полученная конфигурация обладает максимально возможными L и S и минимально возможным J . На сколько компонент расщепится пучок таких возбужденных атомов хлора, если его пропустить через прибор типа Штерна–Герлаха? Объяснить полученный результат на основе векторной модели.

Решение.

Разместим эти электроны. Это проделано на рисунке (9.5).

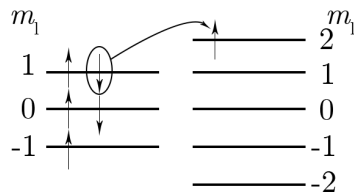


Рис. 9.5

Мультиплетность равна двум, $l = 1$ (P -состояние), $S = 1$.

В атомах хлора, находящихся в основном состоянии, один из электронов с $m_l = 1$ переведен на $3D$ оболочку. При этом полученная конфигурация обладает максимально возможными L и S и минимально возможным J .

$$S_{\max} = \frac{3}{2},$$

$$L_{\max} = 2,$$

$$J = \frac{7}{2}, \quad \frac{5}{2}, \quad \frac{3}{2}, \quad \frac{1}{2}.$$

Выше написаны все возможные варианты для J , а нужен минимальный:

$$J_{\min} = \frac{1}{2},$$

$$J > 0, \quad |L - S| \leq J \leq L + S.$$

Найдем g -фактор:

$$g = 0.$$

Это значит, что $\vec{\mu} \perp \vec{J}$.

Нарисуем на рисунке (9.6) эти векторы, пользуясь квантовым правилом сложения.



Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu

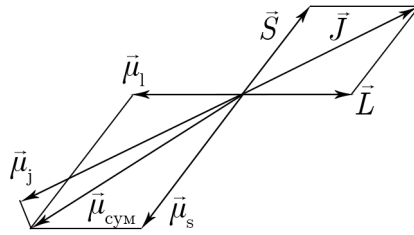


Рис. 9.6

Задача 6.80. Опыт Штерна – Герлаха

Пучок атомов, находящихся в основном состоянии, расщепляется в эксперименте типа Штерна – Герлаха на 9 компонент. Магнитный момент атома в этом состоянии равен $2,4\mu_B$. Найти орбитальный момент атома, если мультиплетность данного состояния равна 5. Момент в атомной физике — это величина его максимальной проекции.

Решение.

$$\begin{aligned} 2S + 1 = 5 &\Rightarrow S = 2, \\ 2J + 1 = 9 &\Rightarrow J = 4. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu &= 2,4\mu_B = g\mu_B J, \\ g &= \frac{3}{2} + \frac{S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}, \end{aligned}$$

$$2,4\mu_B = \mu_B J \left[\frac{3}{2} + \frac{2 \cdot 3 - L(L+1)}{2 \cdot 4 \cdot 5} \right] \Rightarrow 2,4 = 4 \left[\frac{3}{2} + \frac{2 \cdot 3 - L(L+1)}{2 \cdot 4 \cdot 5} \right].$$

$$L^2 + L - 42 = 0 \Rightarrow L = 6 \text{ или } -7.$$

Так как $L > 0$, то, следовательно, $L = 6$.

Задача 6.78. Обменное взаимодействие

Возбужденное состояние атома гелия $1s^1 2s^1$ может иметь полный спин электронной оболочки S как 1 (ортогелий), так и 0 (парагелий). Энергии полной ионизации этих состояний $W_{орто} = 59,2$ эВ и $W_{пара} = 58,4$ эВ. Кроме энергии взаимодействия с ядром, в эти энергии вносят вклад не зависящая от полного спина часть энергии кулоновского отталкивания электронов ϵ_K и зависящая от полного спина часть, называемая **энергией обменного взаимодействия**, $V = -\frac{A}{s}(1 + 2\langle s_1 s_2 \rangle)$, где A — константа, s_1, s_2 — спины электронов ($S = s_1 + s_2$), а угловые скобки означают усреднение по направлениям спинов. Найти A и ϵ_K считая, что оба электрона находятся в поле ядра с $Z = 2$, т. е. не учитывая экранировку поля ядра электронами.

Решение.

$$\begin{aligned} E_{пара} &= -W_{пара} = E + E_{кул} + V_{пара}, \\ E_{орто} &= -W_{орто} = E + E_{кул} + V_{орто}. \end{aligned}$$

Распишем V :

$$V = -\frac{A}{2} \left(1 + 4\overline{S_1 S_2} \right),$$



Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

$$\begin{aligned} \overline{(\vec{S}_1 + \vec{S}_2)^2} &= \overline{S_1^2} + \overline{S_2^2} + 2\overline{S_1 S_2}, \\ \Rightarrow 2\overline{S_1 S_2} &= \left(\overline{(\vec{S}_1 + \vec{S}_2)^2} - \overline{S_1^2} - \overline{S_2^2} \right) = S(S+1) - \overline{S_1^2} - \overline{S_2^2} = S(S+1) - \frac{3}{4} - \frac{3}{4}. \end{aligned}$$

Запишем правило квантования квадрата момента импульса:

$$\overline{S_1^2} = S_1(S_1 + 1) = \frac{3}{4},$$

$$V = -\frac{A}{2} \left(1 + 4\overline{S_1 S_2} \right) = -A[S(S+1) - 1] = \begin{cases} -A & \text{для } \uparrow\uparrow \text{ (орто) } S = 1, \\ +A & \text{для } \uparrow\downarrow \text{ (пара) } S = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} V_{пара} = +A, \\ V_{орто} = -A. \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_{пара} = -W_{пара} = E + E_{кул} + A, \\ E_{орто} = -W_{орто} = E + E_{кул} - A. \end{cases}$$

$$E = -R_y Z^2 - 13,6 \frac{Z^2}{n^2} = -68 \text{ эВ}.$$

То есть -68 эВ — это энергия взаимодействия электрона с ядром.

В рассматриваемой задаче два электрона. Первый находится на первом уровне ($-R_y Z^2$). Второй находится на втором уровне $-13,6 \frac{Z^2}{n^2}$. Обе энергии отрицательные, они складываются, а экранировка по условию не учитывается.

$$A = (E_{пара} - E_{орто}) \cdot \frac{1}{2} = 0,4 \text{ эВ},$$

$$E_{кул} = \frac{E_{пара} + E_{орто}}{2} - E = -9,2 \text{ эВ}.$$



Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu