
ЛЕКЦИЯ 10

ЭФФЕКТ ЗЕЕМАНА

Задача 6.77. Схема Рассела – Салмуса

В спектрах солнечной короны наблюдаются линии, которые долго не могли приписать ни одному из известных элементов, поэтому их приписывали гипотетическому элементу коронию. Впоследствии выяснилось, что это в основном линии ионов железа и никеля. Среди наблюдаемых линий корония есть линии, соответствующие переходам ${}^1D_2 \rightarrow {}^3P_2$ ($\lambda_1 = 2649 \text{ \AA}$) и ${}^1D_2 \rightarrow {}^3P_1$ ($\lambda_2 = 3987 \text{ \AA}$) иона железа Fe^{10+} . Найти длину линии перехода ${}^3P_0 \rightarrow {}^3P_1$ в схеме Рассела – Саундерса (LS -схема).

Решение.

D отвечает за суммарный орбитальный момент, то есть $l = 1$.

Энергия спин-орбитального взаимодействия равна

$$\epsilon_{\text{SL}} = A \langle \vec{L} \vec{S} \rangle,$$

где A — некая константа для иона Fe ($A < 0$), а угловые скобки означают усреднение по направлению \vec{L} и \vec{S} .

$$\begin{aligned} \vec{L} \vec{S} &= \frac{1}{2} (J^2 - L^2 - S^2), \\ \langle \vec{L} \vec{S} \rangle &= \frac{1}{2} (J(J+1) - L(L+1) - S(S+1)), \\ \epsilon_{\text{SL}} &= \frac{A}{2} [J(J+1) - L(L+1) - S(S+1)]. \end{aligned}$$

Для соответствующих уровней посчитаем ϵ_{SL} :

$${}^1D_2 : S = 0; L = 2; J = 2 \Rightarrow \epsilon_{\text{SL}}({}^1D_2) = 0,$$

$${}^3P_0 : S = 1; L = 1; J = 0 \Rightarrow \epsilon_{\text{SL}}({}^3P_0) = -2A > 0,$$

так как $A < 0$.

Это понадобится для того, чтобы понять какой уровень находится выше.

$${}^3P_1 : S = 1; L = 1; J = 1 \Rightarrow \epsilon_{\text{SL}}({}^3P_1) = -A > 0,$$

!

Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

2

$${}^3P_2 : S = 1; L = 1; J = 2 \Rightarrow \epsilon_{\text{SL}}({}^3P_2) = A < 0.$$

Соответственно, переходы будут:

$$\epsilon({}^3P_0) - \epsilon({}^3P_1) = -A > 0.$$

Следовательно, 3P_0 выше, чем 3P_1 .

Точно так же найдем остальные:

$$\epsilon({}^3P_1) - \epsilon({}^3P_2) = -2A > 0.$$

Уровень 3P_1 выше, чем 3P_2 .

Такой мультиплет называется обратным.

На рисунке (10.1) показаны все эти уровни.

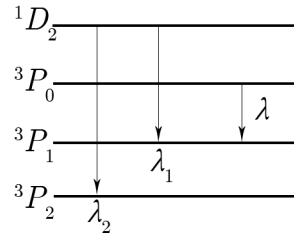


Рис. 10.1

Уровень 1D_2 выше, чем все P уровни.

Требуется найти длину волны перехода ${}^3P_0 \rightarrow {}^3P_1$.

$\frac{hc}{\lambda}$ — энергия неизвестного перехода,

$$\frac{hc}{\lambda} = \epsilon({}^3P_0) - \epsilon({}^3P_1) = -A.$$

A можно выразить следующим образом:

$$\frac{hc}{\lambda} = -A = \frac{1}{2}[\epsilon({}^3P_1) - \epsilon({}^3P_2)],$$

$$\frac{hc}{\lambda_2} = \epsilon({}^1D_2) - \epsilon({}^3P_2),$$

$$\frac{hc}{\lambda_1} = \epsilon({}^1D_2) - \epsilon({}^3P_1),$$

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{1}{2}[\epsilon({}^3P_1) - \epsilon({}^3P_2)] = \frac{1}{2} \left[\left[\epsilon({}^1D_2) - \frac{hc}{\lambda_1} \right] - \left[\epsilon({}^1D_2) - \frac{hc}{\lambda_2} \right] \right],$$

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{2} \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{2\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} = 15787 \text{ \AA}.$$

!

Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu

1. Эффект Зеемана

У каждого атома есть свое характерное магнитное поле, связанное с орбитальным движением частиц. Частицы (электроны), совершая орбитальное движение, находятся в магнитном поле. Величина этого магнитного поля оценивается $\approx 10^5$ Гс — это внутреннее поле атома. В этом поле находится соответствующий спиновый момент этого электрона, и происходит **спин-орбитальное расщепление (тонкая структура)**. То есть она существует без наложения внешнего поля. Тонкая структура снимает вырождение по L , но не снимает вырождение по J , уровни J остаются нерасщепленными.

Для того чтобы снять вырождение по J , необходимо внешнее магнитное поле. Оказывается, что можно снять это вырождение в слабом магнитном поле. Объясним это.

Слабое магнитное поле — это поле, которое меньше собственного поля, связанного с орбитальным вращением. Поле называется слабым, а соответствующий **эффект Зеемана** называется сложным. Нарисуем известные переходы натрия. Они показаны на рисунке (10.2).

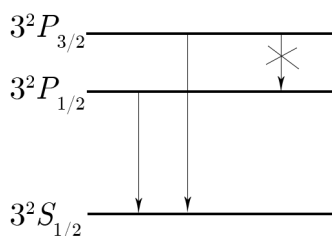


Рис. 10.2

Эта картина переходов наблюдается без внешних магнитных полей.

Теперь посмотрим на изменения в слабом магнитном поле. Наложим это поле.

Запишем энергию в виде операторов:

$$\hat{E} = \hat{T} + \hat{U}_{кул} + \hat{U}_{SL} + \hat{U}_{SB} + \hat{U}_{LB},$$

где \hat{U}_{SB} связана с влиянием спина, а \hat{U}_{LB} — есть орбитальный момент, причем так как магнитный момент находится во внешнем магнитном поле, то начнется квантование.

Магнитное поле называется слабым, если U_{SB} и U_{LB} меньше U_{SL} .

Рассмотрим эти энергии. Известно, что магнитным моментом атома называется:

$$\mu_J = -g\mu_B J,$$

где g — соответствующий g -фактор.

g_L и g_S отличаются. Спиновый g -фактор равен двум, а орбитальный g -фактор равен единице. Поэтому суммарный магнитный момент, определяемый орбитальным движением и спином, не совпадает с J по направлению.

Нужно подсчитать дополнительную магнитную энергию.

Для любого магнитного момента:

$$U_B = -(\vec{\mu}_j \cdot \vec{B}).$$



Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

При повороте на какой-то угол по отношению к B возникает дополнительная энергия. Она равна:

$$U_B = -(\vec{\mu}_j \cdot \vec{B}) = g\mu_B(\vec{J}\vec{B}) = g\mu_B m_j B,$$

где m_j — проекция j на направление B .

$$m_j = \pm J; \pm(J - 1); \pm(J - 2); \dots$$

— $2J + 1$ значения.

$g\mu_B m_j B$ — это и есть расщепление по энергиям, которое возникает в магнитном поле B , то есть оно снимает вырождение по J .

Это расщепление показано на рисунке (10.3)

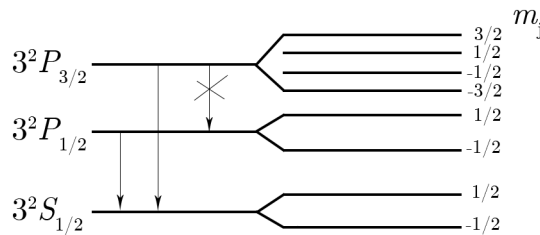


Рис. 10.3

В этом магнитном поле, которое намного меньше спин-орбитального поля, возникает 10 линий. Теперь изучим, какие переходы возможны.

Начнем с $3^2P_{\frac{1}{2}}$. Квант электромагнитной энергии излучен. Это переход из уровня на нижележащий уровень.

Атомов в веществе очень много, и каждый из них по разному возбужден. Поэтому всегда найдется очень много атомов, которые в каком-то конкретном состоянии. Понятно, что эти возбужденные атомы долго находится в этом состоянии не могут и, следовательно, они сбрасывают свое возбуждение в виде излучений соответствующего кванта энергии $\hbar\omega$. Получается, что между этими уровнями должен быть соответствующий квант энергии, который должен поменять свое состояние. Например, такой излучательный переход будет с $3^2P_{\frac{1}{2}}$ на $3^2S_{\frac{1}{2}}$ без внешнего магнитного поля. Интересно, после какие переходы будут осуществляться после расщепления внешним магнитным полем. По правилам отбора изменение Δj должно быть равно либо 0, либо ± 1 , никаких других изменений полного момента не существует. Эти переходы показаны на рисунке (10.4).

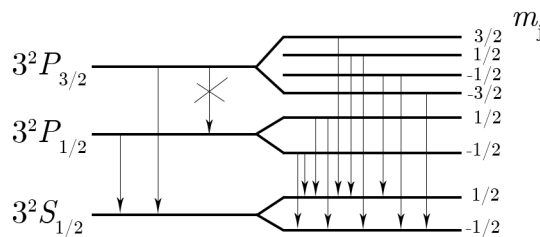


Рис. 10.4

Все эти 10 переходов возможны. Подсчитаем g -фактор этих состояний:

$$g_{\text{верх}} = \frac{4}{3}; \quad g_{\text{ниж}} = \frac{2}{3}.$$



Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu

! Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

m_J	gm_J
$\frac{3}{2}$	2
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$
$-\frac{1}{2}$	$-\frac{2}{3}$
$-\frac{3}{2}$	-2
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$
$\frac{1}{2}$	1
$-\frac{1}{2}$	-1

Посчитаем энергию переходов:

$$E_1 - E_3 = [(E_{01}^* + g_1 m_{J_1} \mu_B B) - (E_{03} + g_3 m_{J_3} \mu_B B)] = (E_{01} - E_{03}) + (g_1 m_{J_1} - g_3 m_{J_3}) \mu_B B,$$

где E_{01} — энергия в отсутствие магнитного поля ($B = 0$).

$$\omega = \omega_0 + \frac{\mu_B B}{\hbar} (g_1 m_{J_1} - g_3 m_{J_3}).$$

Для этих двух уровней будет 6 линий перехода. Определим их. Частота (длина) волны соответствующего перехода известна (5890 \AA), а у короткой — 5896 \AA .

$$\Rightarrow \omega = \omega_0 + \frac{\mu_B B}{\hbar} (g_1 m_{J_1} - g_3 m_{J_3}) = \omega_0 + \frac{\mu_B B}{\hbar} \left(1; -\frac{1}{3}; \frac{5}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{1}{3}; -1 \right) \text{ — дополнительная частота.}$$

Задача 6.21. Спектр поглощения

При переходе $P \rightarrow S$ из возбужденного состояния атома в основное испускается дублет $\lambda_1 = 455,1 \text{ нм}$ и $\lambda_2 = 458,9 \text{ нм}$. Какие линии, соответствующие переходу ${}^2S_{\frac{1}{2}} \rightarrow {}^2P_{\frac{3}{2}}$, будут наблюдаться в спектре поглощения газа, состоящего из таких атомов, при наложении магнитного поля 50 кГц при температуре $T = 0,5 \text{ К}$?

Решение.

Данный переход ${}^2S_{\frac{1}{2}} \rightarrow {}^2P_{\frac{3}{2}}$ не является излучательным, а является поглощательным.

Рассмотрим схему некоторого опыта. Он показана на картинке (10.5).

В камеру помещается кусок натрия, снизу помещается приспособление для обогрева. При нагревании натрия испаряется, возникают пары натрия, и в этих парах пропускают свет. Дальше ставят две призмы и наблюдают, как в желтой области (свет белый) возникает черный провал. Дублета не будет видно. Такой спектр и называется поглощательным.

Вернемся к задаче. Из перехода из возбужденного состояния в основное возникает дублет, известны его линии. Покажем это расщепление на рисунке (10.6).

Посмотрим на важность температуры. Рассмотрим ΔU_{LS} (спин-орбитальное взаимодействие):

$$\Delta U_{LS} = \frac{hc}{\lambda^2} \Delta\lambda.$$

! Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu



Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

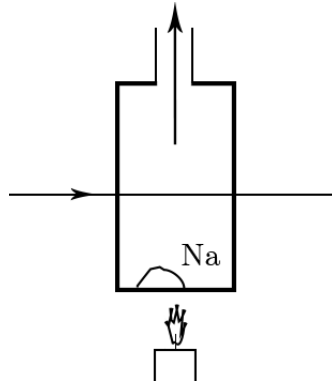


Рис. 10.5

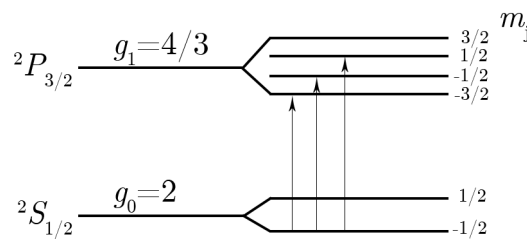


Рис. 10.6

Получим изменение в энергии:

$$\Delta U_{LS} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ эВ.}$$

Теперь посчитаем

$$\mu_B B = 2,9 \cdot 10^{-4} \text{ эВ,}$$

$$kT = 4 \cdot 10^{-5} \text{ эВ} \ll \mu_B B.$$

Это означает, что при температуре $T = 0,5 \text{ К}$ при наложении внешнего поля на этот газ все атомы последнего будут находиться на нижнем уровне. Если температура будет выше ($\sim 300 \text{ К}$), тогда будут заполнены оба уровня (состояния), можно будет наблюдать больше линий. Требуется исследовать линии, направленные в ${}^2P_{3/2}$. Получится 3 линии. Все молекулы газа при этой температуре находятся внизу, и при наложении поля возможны только эти три линии перехода.

Было показано, что $\mu_B \ll \Delta U_{LS}$. Следовательно, будет работать **сложный эффект Зеемана**, магнитное поле слабое.

Подсчитаем энергии этих состояний:

$$\begin{aligned} E_B &= \mu_B B (g m_{J_{\text{кон}}} - g m_{J_{\text{нач}}}), \\ &= \mu_B B \begin{cases} \frac{2}{3} - (-1) = \frac{5}{3} \\ -\frac{2}{3} - (-1) = \frac{1}{3} \\ -2 + 1 = -1. \end{cases} \end{aligned}$$



Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu

2. Простой эффект Зеемана

Теперь рассмотрим **сильное магнитное поле**. Скажем, как ставится опыт по эффекту Зеемана. Он еще классифицируется на **продольный** и **поперечный**.

Схема опытов показана на рисунке (10.7).

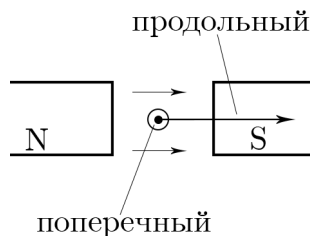


Рис. 10.7

Рассматривается только поперечный эффект. Когда магнитное поле сильное, наблюдается только 3 линии, поэтому и называется **простой эффект Зеемана**. Простота заключается в том, что наблюдается только 3 линии, а не большое множество последних. Более того, оказывается, что эти соответствующие частоты не зависят от h , то есть этот эффект можно объяснить с классических молекулярных представлений, не прибегая к квантовой механике.

Итак, простой эффект наблюдается, когда

$$B \gg B_{\text{внутр}} \quad (\text{в сильных магнитных полях}).$$

Линии, которые наблюдаются в поперечном эффекте показаны на рисунке (10.8).

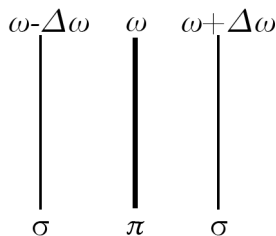


Рис. 10.8

ω — частота нерасщепленной линии. Ее интенсивность в два раза больше σ -линий. Это линии линейно-поляризованного света. Колебание в σ -линиях перпендикулярно полю B , а в π -линиях направлено по полю B .

Линии, получаемые в продольном эффекте, показаны на рисунке (10.9).

Эти две линии дают циркулярно-поляризованный свет, вращающийся в разные стороны. Третьей линии нет.

Теперь пойдем, почему в поперечном эффекте возникают 3 линии в сильном магнитном поле.

Напишем, чему равен магнитный момент атома:

$$\mu = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_S = -\frac{e\hbar}{2mc}(\vec{L} + 2\vec{S}),$$

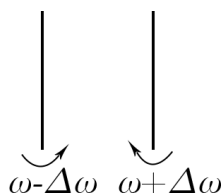


Рис. 10.9

так как g -фактор \vec{L} равен единице, а $g_S = 2$.

В сильном магнитном поле не образуется общий g . Каждый расщепляется по отдельности. μ_L отдельно, а μ_S отдельно. J не квантуется, сильное поле не позволяет объединиться в полный магнитный момент.

Энергия равна

$$E = E_0 + \mu_B B(m_L + 2m_S).$$

Запишем правила отбора:

$$\Delta m_L = \pm 1 \text{ или } 0,$$

$$\Delta m_S = 0, \text{ т. е. спин не переворачивается.}$$

$$\Rightarrow \Delta\omega = \pm \frac{\mu_B B}{\hbar} = \pm \frac{eB}{2mc}, \text{ или } 0.$$

Можно ввести ларморовскую частоту прецессии Ω_L :

$$\Omega_L = \frac{eB}{2mc}.$$

Электрон в магнитном поле вращается с частотой $\frac{eB}{mc}$. Нарисуем 3 линии. Они показаны на рисунке (10.10).

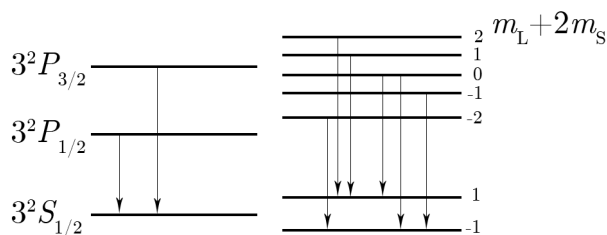


Рис. 10.10

Эти линии не расщепляются, так как дополнительная энергия много больше энергии спин-орбитального взаимодействия.

$m_L + 2m_S$ распишем в таблице:

$m_L + 2m_S$	m_L	m_S
2	1	$\frac{1}{2}$
1	0	$\frac{1}{2}$
0	± 1	$\pm \frac{1}{2}$
-1	0	$-\frac{1}{2}$
-2	-1	$-\frac{1}{2}$

! Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

Возможные переходы изображены на рисунке (10.10). Там шесть линий. На самом деле их три, а не шесть, потому что у некоторых расстояния одинаковы (например, у первой и четвертой).

Задача 6.31. Атомарный водород в магнитном поле

Атомарный водород помещен в магнитное поле 2 Тл, много большее характерного поля атома, т. е. магнитного поля атома, действующего на электрон. Определить максимальную дополнительную энергию (в эВ), которую приобретает атом в состоянии с $n = 3$ и нарисовать картину расщепления этого уровня.

Решение.

Так как $n = 3$, то $l = n - 1 = 2$. Следовательно, m_L меняется от 2 до -2 , а m_S от $\frac{1}{2}$ до $-\frac{1}{2}$. Тогда максимальное значение $m_L + 2m_S$ равно трем.

Нарисуем таблицу:

$m_L + 2m_S$	m_L	m_S
3	2	$\frac{1}{2}$
2	1	$\frac{1}{2}$
1	0	$\frac{1}{2}$
1	2	$-\frac{1}{2}$
0	1	$-\frac{1}{2}$
0	-1	$\frac{1}{2}$
-1	0	$-\frac{1}{2}$
-1	-2	$\frac{1}{2}$
-2	-1	$-\frac{1}{2}$
-3	-2	$-\frac{1}{2}$

Найдем ΔU :

$$\Delta U = 3\mu_B B = 3,5 \cdot 10^{-4} \text{ эВ.}$$

! Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu