
ЛЕКЦИЯ 11

МАГНИТНЫЙ РЕЗОНАНС. ЯДЕРНЫЕ МОДЕЛИ

1. Правила отбора

В отсутствие магнитного поля наблюдаются две линии перехода натрия.
Это продемонстрировано на рисунке (11.1).

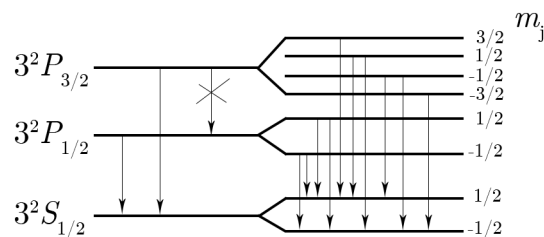


Рис. 11.1

Переход с $3P_{3/2}$ на $3P_{1/2}$ запрещен.

В противном случае, если они были реализуемы, то были бы осуществлены за счет поворота спина.

Работают правила отбора:

$$\Delta m_S = 0,$$

$$\Delta m_L = 0 ; \pm 1.$$

Но за счет изменения спинового квантового числа переход очень маловероятен, т. е. вероятность перехода с изменением спинового квантового числа в миллион раз меньше вероятности перехода без изменения спинового квантового числа. Такие переходы можно инициировать только специфическими способами. Инициация называется **магнитный резонанс**.

2. Прецессия атома в магнитном поле

Рассмотрим качественную полуклассическую модель магнитного резонанса. \vec{J} совершает в магнитном поле прецессионное вращение. Вырождение снимается за счет квантования этого вектора \vec{J} .

Вращение \vec{J} продемонстрировано на рисунке (11.2)

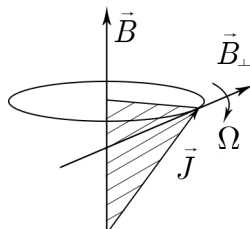


Рис. 11.2

Магнитный момент атома (ядра) есть:

$$\vec{\mu} = g\Gamma\vec{J} = g\frac{e}{2mc}\vec{J} = g\frac{\mu_B}{\hbar}\vec{J},$$

где Γ — гиромагнитное отношение.

Напомним, что:

$$|\vec{J}| = \sqrt{J(J+1)}\hbar,$$

$$|\vec{S}| = \sqrt{S(S+1)}\hbar,$$

$$|\vec{L}| = \sqrt{L(L+1)}\hbar,$$

где J, S и L — квантовые числа

Такое вращение напоминает гироскоп со своим уравнением вращения:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} = [\vec{\Omega} \cdot \vec{L}],$$

где $\vec{\Omega}$ — угловая скорость прецессии, \vec{L} — механический момент.

Атом является таким же объектом, как и гироскоп.

$$\frac{d\vec{J}}{dt} = \vec{J} = [\vec{\Omega} \cdot \vec{J}].$$

С другой стороны,

$$\dot{\vec{J}} = [\vec{\mu} \cdot \vec{B}],$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{J}}{dt} = g\frac{\mu_B}{\hbar}[\vec{J} \cdot \vec{B}] = -[\vec{J} \cdot \vec{\Omega}],$$

$$\Rightarrow \vec{\Omega} = -\frac{g\mu_B}{\hbar}\vec{B}.$$

Напомним, как ведет себя виток с током в магнитном поле \vec{B} .

Это продемонстрировано на рисунке (11.3).

! Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

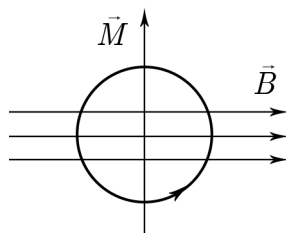


Рис. 11.3

Магнитный момент направлен на читателя. На виток действует механический момент. Из-за этого виток начинает поворачиваться, причем величина механического момента максимально в случае, когда поле лежит в плоскости витка.

$$\vec{\mu} = \frac{J}{c} \vec{S},$$

$$\Rightarrow \vec{M} = [\vec{\mu} \cdot \vec{B}].$$

Из выражения для угловой скорости получаем:

$$\vec{\Omega} = -\frac{g\mu_B}{\hbar} \vec{B},$$

$$\Rightarrow \hbar\Omega = g\mu_B B.$$

3. Магнитный резонанс

Была получена формула для прецессии витка в магнитном поле. Теперь займемся исследованием магнитного резонанса. То есть нужно добиться переворота спина, или переворота \vec{J} .

С классической точки зрения надо воздействовать другой внешней частотой, наложить на это поле еще какое-то переменное магнитное поле, которое заставило бы сделать вращение в другую сторону. Это можно сделать. Если воздействуем B_{\perp} , то у витка возникнет еще одна прецессия вокруг этого поля. И если ее частота будет равна Ω , то она будет называться **резонансной**. Тогда спин перевернется, и возникнет этот запрещенный переход. В конце концов, формула для резонансной частоты примет вид

$$\hbar\Omega_{рез} = g\mu_B B.$$

Задача 6.63. Электронный парамагнитный резонанс

Определить намагниченность насыщения M_0 образца металлического диспрозия (плотность $\rho = 8,55 \frac{г}{см^3}$) при температуре, близкой к абсолютному нулю. Полный момент иона диспрозия Dy^{3+} $J = \frac{15}{2}$, а электронный парамагнитный резонанс на ионах диспрозия наблюдается в магнитном поле $B_{рез} = 1000$ Гс на частоте $\nu = 1,9 \cdot 10^9$ Гц

Решение.

У диспрозия есть f -оболочка, которая не полностью заполнена, и по существу определяет свойства этого атома диспрозия.

! Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu



Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

Намагниченность — это магнитный момент единицы объема.

Насыщение — это состояние, при котором все ионы образца ориентированы одинаково, у них магнитный момент направлен в одну сторону. Напомним, что

$$\frac{m}{A} = \frac{N_A}{N} \Rightarrow N = N_A \frac{m}{A}.$$

Концентрация есть:

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N_A \rho}{A} [\text{см}^{-3}].$$

Намагниченность:

$$M_0 = n\mu = \frac{N_A \rho}{A} \mu.$$

Магнитный момент иона есть:

$$\mu = g\mu_B I.$$

Найдем магнетон Бора:

$$\begin{aligned} \hbar\Omega_{\text{рез}} = g\mu_B B &\Rightarrow g\mu_B B = \frac{\hbar\Omega_{\text{рез}}}{B}, \\ \mu = \frac{\hbar\Omega_{\text{рез}}}{B} &\Rightarrow M_0 = \frac{N_A \rho}{A} \frac{\hbar\Omega_{\text{рез}}}{B} I = 2980 \text{ Гс}. \end{aligned}$$

Задача 6.62. Электронный парамагнитный резонанс

ЭПР обусловлен переходами между подуровнями с различными проекциями магнитного момента. Найти частоту ЭПР для солей трехвалентного празеодима в магнитном поле $B = 0,1 \text{ Тл}$. Электронная конфигурация Pr^{3+} представляет собой полностью заполненные оболочки $\text{Xe} + 4f^2$.

Решение.

Запишем **правило Хунда**:

$$j = |l - s|,$$

если заполнено меньше половины оболочки, и $j = |l + s|$, если заполнено больше половины оболочки.

Нарисуем f -оболочку празеодима. Она представлена на (11.4).

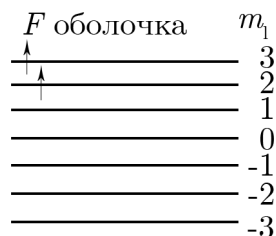


Рис. 11.4

Так как у него 7 подуровней, то для полного заполнения этих подуровней должно быть 14 электронов. Если на одном подуровне есть один электрон, то по правилу Хунда у него должно быть максимальное значение s .



Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu

! Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

В данном случае два электрона, соответственно, для квантовых чисел получается:

$$L = 3 + 2 = 5,$$

$$S = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1,$$

$$J = |L - S| = 4.$$

Для этого элемента получаем:

Мультиплетность равна $2S + 1 = 3$.

Напишем терм этого элемента:



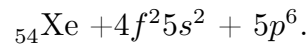
Запишем g -фактор этого состояния:

$$g = \frac{3}{2} + \frac{S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} = \frac{4}{5}.$$

По правилам отбора Δm_J может быть 0, либо ± 1 , а этом случае реализуется именно случай $\Delta m_J = 1$.

$$h\nu_{рез} = g\mu_B b \Delta m_J \Rightarrow \nu_{рез} = \frac{g\mu_B B}{h} = 1,12 \cdot 10^9 \text{ Гц}.$$

Запишем электронную конфигурацию празеодима:



4. Ядро

Приступим к представлениям о ядре. В ядерной физике характерные **атомные размеры** — ангстремы (10^{-8} см), характерные **ядерные размеры** — фемтометры (10^{-13} см). Если представить, что у ядра размер 1 см, то электрон вращается на расстоянии 1 км.

Вычислим радиус ядра:

$$R = r_0 \cdot A^{\frac{1}{3}} [\text{фм}] = r_0 \cdot 10^{-13} A^{\frac{1}{3}} [\text{см}],$$

где r_0 принимает значения $1,2 \div 1,5$. Часто принимается нечто среднее: $r_0 = 1,3$.

Ядро ${}^A_Z\text{Я}$ характеризуется двумя числами, где A — число нуклонов, которое может быть только целым. Поэтому $A = Z + N$, где Z — число протонов, а N — число нейтронов. Запишем массы нуклонов:

$$p : m_p = 1,007276 \text{ а. е. м} \rightarrow 938,27 \text{ МэВ},$$

$$n : m_n = 1,008665 \text{ а. е. м} \rightarrow 939,565 \text{ МэВ}.$$

Будем считать, что $m_p \approx m_n = 1,67 \cdot 10^{-24}$ г.

$$1 \text{ а. е. м} = \frac{1}{12} \cdot M_{12}^{12}\text{C} = 931,494 \text{ МэВ} \rightarrow 1,66 \cdot 10^{-24} \text{ г}.$$

! Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu



Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

Обратим внимание на то, что была сделана попытка свести в одно целое частицы с одинаковым зарядом. Причем приблизили на 10^{-13} см, а там возникли колоссальные кулоновские силы отталкивания. Эти кулоновские силы отталкивания чрезвычайно велики. Отсюда можно сделать вывод, что существует какая-то другая сила притяжения, которая, как показывает опыт, превосходит кулоновские силы в сотни раз. Она называется **сильным взаимодействием**. Часть исходной массы тратится на это взаимодействие, это называется **энергией связи**.

Итак,

$$E_{св} = (zm_p + Nm_n) - M(Z, A)c^2.$$

Нарисуем график приведенной энергии связи (энергии связи в расчете на один нуклон) от атомной массы. Она представлена на рисунке (11.5).

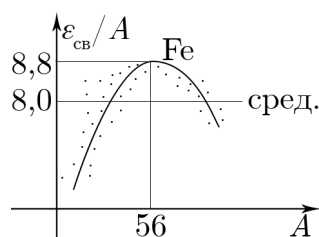


Рис. 11.5

Изотопы — это есть элементы с одним и тем же Z , но с разными A . У каждого элемента таких изотопов очень много, которые встречаются в природе и живут какое-то время жизни. Есть долгоживущие изотопы, а есть короткоживущие изотопы, которые живут меньше секунды. **Характерное ядерное время** — это время пролета со скоростью света размера ядра. Заметим, что в атомной физике характерное ядерное время меняется от 10^{-23} с до бесконечности. Например, электрон живет бесконечно, не разрушается. Протон может распасться, а нейтрон в изолированном состоянии живет примерно 10 минут.

Как видно, на графике есть максимум, который принадлежит железу и который равен $8,8 \left[\frac{\text{МэВ}}{\text{нуклон}} \right]$. Но следует понимать, что на самом деле график не четкий, а размытый из-за различий между изотопами.

Существуют **магические числа** (например, ядро гелия обладает магическим числом), при которых наблюдаются локальные максимумы. Для легких элементов выгодно синтезироваться. При слиянии легких частиц возможно выделение энергии, т. к. они находятся при возрастающей зависимости, когда еще энергия связи растет. Энергия выделяется в виде кинетической энергии результатов реакции синтеза. На спаде этой кривой выгодна реакция деления. Которое так же будет сопровождаться выделением энергии. Когда ядро разделяется, появляется избыточная энергия в виде кинетической энергии осколков деления. Эти процессы используются в ядерной энергии. Средняя энергия равна $8 \left[\frac{\text{МэВ}}{\text{нуклон}} \right]$.

5. Капельная модель ядра

Займемся вопросом, как живет ядро и как описывать его свойства. Для этого есть многочисленные ядерные модели. Будем исследовать капельную и оболочечную модели. Итак,



Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu



Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

напишем формулу Вайцзеккера для нахождения энергии связи ядра:

$$E_{св} = \epsilon_1 \cdot A - \epsilon_2 \cdot A^{\frac{2}{3}} - \epsilon_3 \cdot \frac{z^2}{A^{\frac{1}{3}}} - \epsilon_4 \cdot \frac{(A - 2Z)^2}{A} + \epsilon_5 \cdot \frac{\delta}{A^{\frac{3}{4}}}.$$

Объясним физический смысл этих коэффициентов.

Первый член отвечает за **объемную энергию**. Чем больше ядро, тем больше там энергии. А следующие члены являются поправками, которые получаются из того, что ядро представляется в виде капли. **У каждой капли есть поверхность**, и площадь этой поверхности есть $A^{\frac{2}{3}}$. За это отвечает второй член.

Третий член — это **кулоновская энергия**.

Четвертый член называется **изотопической дорожкой**. Обратим внимания на конкретные ядра.

У первых ядер число протонов равно числу нейтронов. Начиная с характерных изотопов хлора, у ядер появляется лишний нейтрон. Например, уран имеет целую серию изотопов. У урана-238, наиболее стабильного изотопа, порядковый номер равен 92. Как показывает опыт, все тяжелые ядра обладают избытком нейтронов; их больше, чем протонов. Эти лишние нейтроны уменьшают энергию связи. Причем, чем больше нейтронов, тем меньше энергия связи.

И наконец, последний — **спиновый член**.

Числа $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4, \epsilon_5$ — это подгоночные коэффициенты. Будем пользоваться классической подгонкой. Она выглядит таким образом:

$$\epsilon_1 = 15,75 \text{ МэВ},$$

$$\epsilon_2 = 17,8 \text{ МэВ},$$

$$\epsilon_3 = 0,71 \text{ МэВ},$$

$$\epsilon_4 = 23,7 \text{ МэВ},$$

$$\epsilon_5 = 34 \text{ МэВ}.$$

На самом деле, эти коэффициенты отличаются от тех, которые представлены здесь. Но эта модель не имеет важного значения, поэтому будем пользоваться приближенными значениями.

δ принимает такие значения:

$$\delta = \begin{cases} +1, & \text{если } Z \text{ — четное, } N \text{ — четное;} \\ 0, & \text{если } Z \text{ — четное, } N \text{ — нечетное;} \\ -1, & \text{если } Z \text{ — нечетное, } N \text{ — нечетное;} \end{cases}$$

Скажем пару слов о магических числах. Они равны:

$$2, 8, 20, 28, 50, 82, 126.$$

Существуют еще дважды магические числа. Например ${}_{82}^{208}\text{Pb}$ обладает двумя магическими числами (82 протонов, 126 нейтронов), поэтому обладает повышенной энергией связи.



Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu



Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

Задача 7.5. Формула Вайцзеккера

С помощью формулы Вайцзеккера найти заряд Z_0 наиболее устойчивого ядра-изобары при заданном нечетном значении A . Выяснить, каков характер активности у ядер ^{27}Mg , ^{29}P , ^{37}K , ^{67}Cu .

Решение.

Ядра-изобары — это ядра, имеющие одинаковые A , но разные символы (разные Z). Например, $^{14}_6\text{C}$, $^{14}_7\text{N}$, $^{14}_8\text{O}$.

Легкие ядра избыток своей энергии сбрасывают в виде β -распадов — это их основной способ сброса лишней энергии. β -распад — это или излучение электрона, или излучение позитрона, или К-захват.

В данной задаче исследуется ^{27}Mg . У него 5-й член отсутствует. От Z зависят только третий и четвертый члены.

Продифференцируем энергию связи и приравняем к нулю:

$$\begin{aligned} \epsilon'_{\text{св}}(Z, A)|_Z &= 0. \\ 0 &= -\epsilon_3 \cdot \frac{2Z}{A^{\frac{1}{3}}} - \epsilon_4 \cdot \frac{(A - 2Z)(-2)}{A}. \end{aligned}$$

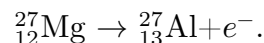
Заряд Z_0 наиболее устойчивого ядра-изобары равен:

$$Z_0 = \frac{\frac{A}{2}}{1 + 0,0075A^{\frac{2}{3}}}.$$

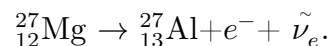
Подставим для Mg:

$$Z_0 \approx 13.$$

Магний переходит в алюминий. Он должен излучить электрон. Это называется β -минус распад.



Исследования β -распадов показали, что в одиночку электрон не может вылететь, при этом выделяется еще частица, которая называется нейтрино. То есть, правильная реакция выглядит следующим образом:



Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu