

---

---

## ЛЕКЦИЯ 12

---

# СОБСТВЕННЫЕ И ПРИМЕСНЫЕ ПОЛУПРОВОДНИКИ. ДОНОРНЫЕ И АКЦЕПТОРНЫЕ УРОВНИ

Мы рассматривали какой-то абстрактный собственный прямозонный полупроводник, зона проводимости и валентная зона которого описывались эффективными массами электрона и дырки:  $m_n^*$ ,  $m_p^*$ .

На самом деле есть много разных масс:  $m_n : m_{\perp}, m_{\parallel}, m_c^*, m_d^*$ .

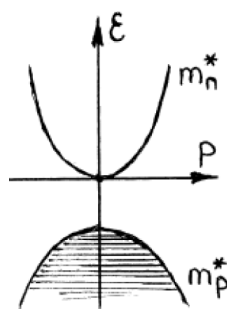


Рис. 12.1

Для полупроводников, составленных из двух элементов (InSb, GaAs, CdTe), характерно, что сумма их валентностей должны быть равна 8.

Кремний и германий принадлежат к четвертой группе, у них ГЦК-решетка. Она выглядит следующим образом. Мыдвигаем одну решетку в другую по главной диагонали.

Чтобы построить зону Бриллюэна, нам нужна обратная решетка. Обратной к ГЦК, является ОЦК. Зоной Бриллюэна в этом случае является ячейка Вигнера – Зейца. Она образуется путем отсечения плоскостями, проходящих через середины ребер от куба. Ячейка будет составлена из 6 квадратов и 8 шестиугольников.

Для валентной зоны, максимум будет находиться в середине зоны Бриллюэна.



*Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на [lectoriy.mipt.ru](http://lectoriy.mipt.ru).*

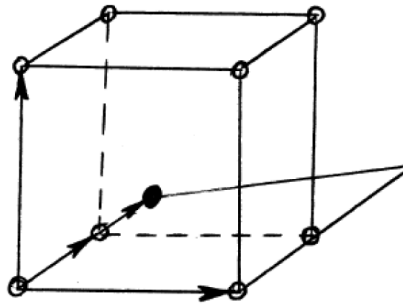


Рис. 12.2

Минимумы зоны проводимости будут находиться вблизи границ зоны Бриллюэна. Для кремния получается 6 эквивалентных минимумов. Поскольку мы раскладываем закон дисперсии вблизи экстремума, то изоэнергетические поверхности будут в форме эллипсоидов. Они называются долины.



*Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на [pulsar@phystech.edu](mailto:pulsar@phystech.edu)*

**!** Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на [lectoriy.mipt.ru](http://lectoriy.mipt.ru).

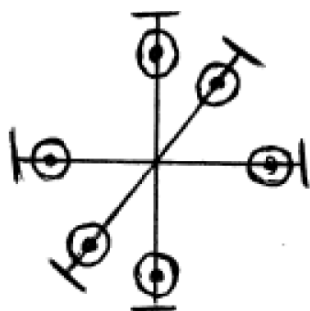


Рис. 12.3

Нарисуем один из шести минимумов для кремния и потолок валентной зоны для разных направлений.

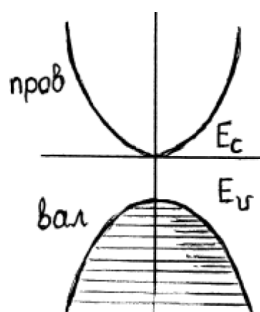


Рис. 12.4

Разложение будет иметь следующий вид:

$$E(\vec{p}) = E(\vec{p}_0) + \frac{(p_x - p_{0x})^2 + (p_y - p_{0y})^2}{m_{\perp}^*} + \frac{(p_z - p_{0z})^2}{2m_{\parallel}^*}.$$

А тензор масс выглядеть так:

$$\frac{1}{m_{ij}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{m_{\perp}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{m_{\perp}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{m_{\parallel}} \end{pmatrix}.$$

Вот и получили  $m_{\perp}, m_{\parallel}$ .

Еще нас интересует  $m_n^*$  — эффективная масса плотности состояний.

Когда считаем количество состояний:

$$Q * 2 \int \frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3} \bar{n}(E, T), \quad \text{где } d^3p = dp_x dp_y dp_z.$$

Важно, что есть еще  $Q$  — число эквивалентных экстремумов, то есть получается 6 одинаковых картинок. Чтобы перейти к одной картинке, нужно заменить массу на  $m_n^* \rightarrow Q^{2/3}(m_{\perp}^2 m_{\parallel})^{1/3}$ .

У германия же минимумы находятся в краях главных диагоналей. И тогда, в зоне будет содержаться  $Q = 8 * \frac{F}{i} \text{gures} = 4$  эллипсоида, так как каждый входит в зону наполовину.

**!** Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на [pulsar@phystech.edu](mailto:pulsar@phystech.edu)



Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на [lectoriy.mipt.ru](http://lectoriy.mipt.ru).

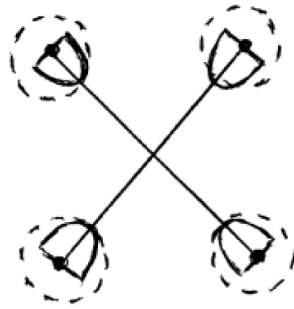


Рис. 12.5

Для германия минимум находится ровно на границе зоны Бриллюэна, а максимум — в середине. Это тоже непрямозонный полупроводник.

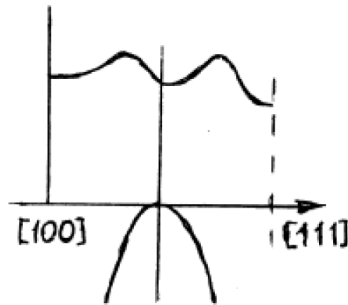


Рис. 12.6

Хим. потенциал:  $\mu(T) = -\frac{E_g}{2} + \frac{3}{4}\kappa T \ln \frac{m_p^*}{m_n^*}$ .

Для InSb хим. потенциал:

$$\mu(T) = -\frac{E_g}{2} + \frac{3}{4}\kappa T \ln \frac{m_p^*}{m_n^*}.$$

Для InSb:  $E_g \simeq 0.018$  эВ.  $\frac{m_p^*}{m_n^*} > 10$ .

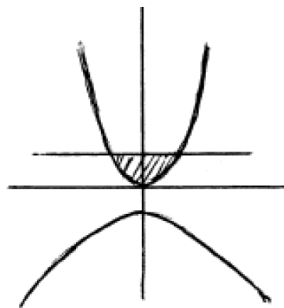


Рис. 12.7

Это пример узкозонного полупроводника.

Уровень хим. потенциала здесь вообще залезает в зону проводимости. Дырки становятся более классическими, а электроны наоборот.



Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на [pulsar@phystech.edu](mailto:pulsar@phystech.edu)

**!** Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на [lectoriy.mipt.ru](http://lectoriy.mipt.ru).

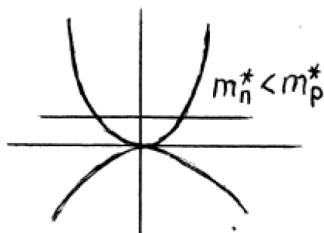


Рис. 12.8

Предельным случаем являются бесщелевые полупроводники. В них валентная зона и зона проводимости касаются.

Вернемся к формуле

$$np = n_i^2 = Q_n Q_p e^{-E_g/\kappa T},$$

$$Q_n = 2,5 * 10^{19} \left( \frac{m_n^*}{m_0} \right)^{3/2} \left( \frac{T}{300} \right)^{3/2} \simeq 10^{19}.$$

Возьмем  $E_g \simeq 1$  эВ, тогда при комнатной температуре:

$$n_i \simeq 10^{19} * e^{-20} \simeq (10^{11} \div 10^{12}) \text{ cm}^{-3}$$

— очень маленькая концентрация носителей по сравнению с металлами.

Можно нагревать, но сильного эффекта это не принесет. Для того, чтобы получать высокие концентрации, применяют легирование.

**Легирование** — это добавление примесей. Для примесного полупроводника нужно знать количество примеси, поэтому указывается  $N_d$ . Обычно  $N_d \simeq 10^{17} \text{ cm}^{-3}$ , т.е. на сто тысяч атомов вещества приходится один атом примеси. Если брать собственные полупроводники — Si, Ge (четвертая группа), то в них добавляют или элементы пятой группы (P, Sb, As), или третьей (Al, In, Ga).

Рассмотрим решетку атомов кремния. Четыре валентных электрона образуют четыре валентные связи.

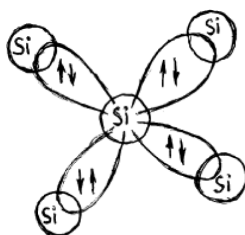


Рис. 12.9

Теперь добавим Sb и рассмотрим его связи. Он образует 4 связи и еще есть лишний электрон и протон.

Тогда система протон-электрон является связанным состоянием и его энергия может быть проквантована, как для атома водорода. Отличие: мы сделаем предположение, что эффективный радиус Бора много больше постоянной решетки:  $\tilde{a}_B \gg a$ . Поскольку мы находимся в среде, то закон Кулона:

$$F = \frac{e^2}{\epsilon r^2}. \quad \epsilon_{Si} = \text{Figures}, \quad \epsilon_{Ge} = 16.$$

**!** Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на [pulsar@phystech.edu](mailto:pulsar@phystech.edu)



Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на [lectoriy.mipt.ru](http://lectoriy.mipt.ru).

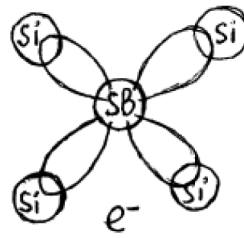


Рис. 12.10

В таком случае все будет, как для атома водорода, только нужно заменять  $e^2 \rightarrow \frac{e^2}{\epsilon}$ . А поскольку электрон не свободный, то нужно заменять его массу на эффективную:  $m_0 \rightarrow m_n^*$ . Получим уровни энергии:

$$E_n = -\frac{m_n^* e^4}{2\hbar^2 \epsilon^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{Ry}{n^2} \left(\frac{m^*}{m_0}\right) \frac{1}{\epsilon^2} \sim \frac{10^{-2} eV}{n^2}.$$

Рассмотрим, что будет, если мы порвем связь между электроном и протоном.

Электрон должен занять одно из свободных состояний, которые находятся в зоне проводимости. Поскольку при комнатной температуре  $kT \simeq 0,025 eV$ , то все электроны перейдут в зону проводимости. Концентрация носителей в зоне проводимости увеличится на количество атомов примеси. Вот зачем нужны доноры.

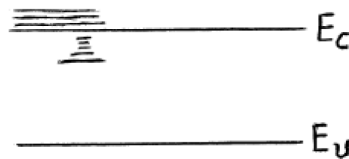


Рис. 12.11

Предположим, что все доноры расположены на примерно одинаковых расстояниях. Вычислим его.

$d \sim N_d^{-1/3} \sim 10^{-6}$  см., т. е. расстояние между донорами примерно в сто раз больше, чем между атомами.

Посмотрим, насколько справедливо приближение про боровский радиус:

$$a_B = \frac{\hbar^2}{m e^2} \rightarrow \frac{\hbar^2 - E}{m_n^* e^2} \sim a_B^0 \epsilon \left(\frac{m_0}{m_n^*}\right) \sim 10^2 a_B^* \simeq 50 \text{ \AA}.$$

А поскольку расстояние между атомами порядка  $3 \text{ \AA}$ , то предположение законно.

Если расстояние между донорными атомами больше, чем удвоенный радиус Бора, то волновые функции электронов не перекрываются.

Если же мы начинаем увеличивать концентрацию примесей (больше  $10^{18}$ ), то тогда волновые функции перекрываются, уровни энергии расщепляются. Образуется примесная зона. Она может находиться как внутри запрещенной зоны, так и перекрываться с зоной проводимости.

Рассмотрим взаимное расположение разных уровней энергии.

Если уровень хим. потенциала ниже примесного уровня (на 2-3  $kT$ ), то это означает,



Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на [pulsar@phystech.edu](mailto:pulsar@phystech.edu)

**!** Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на [lectoriy.mipt.ru](http://lectoriy.mipt.ru).

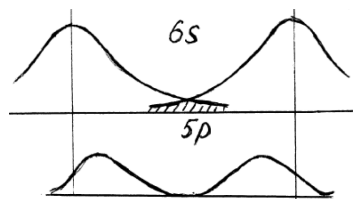


Рис. 12.12

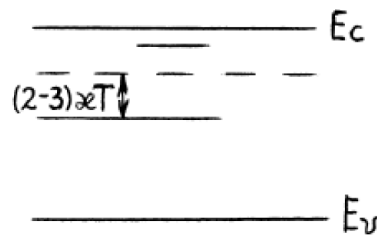


Рис. 12.13

что на нем почти нет электронов, т. к.  $\frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}} + 1} \ll 1$ . Если расположение уровней обратное, то все, что ниже хим. потенциала, заполнено.

Посчитаем концентрации.

Для электронов — нужно посчитать все, что для собственного полупроводника, и прибавить примесные электроны.

Сумма всех электронов (собственных и примесных) должна быть равной количеству положительных частиц — дырок и ионов.

$$n = n_p + N_d^+,$$

$$N_d^+ = N_d(1 - \bar{n}_d) = N_d \left( 1 - \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}} + 1} \right).$$

Второе условие:  $np = n_i^2$ .

Вместе это называется правило рычага: 
$$\begin{cases} n = p + N_d^+ \\ np = n_i^2. \end{cases}$$

Предположим, что все доноры ионизованы:  $N_d^+ = N_d$ .

$$\begin{cases} n = p + N_d \\ np = n_i^2 \end{cases} \quad \begin{cases} n \simeq N_d \\ p = \frac{n_i^2}{N_d}. \end{cases}$$

Получается, что при сильном легировании концентрация электронов стала  $10^{17}$ , а концентрация дырок —  $10^5$ .

Теперь заменим Sb на В. Получим акцепторную примесь.

Атому бора не хватает одного электрона до того, чтобы войти в решетку. Искусственно добавим пару электрон-позитрон. Электрон уйдет в решетку, и мы получим ситуацию, как будто позитрон, вращающийся вокруг антипротона. Инвертированный атом водорода. Уровни тогда располагаются внизу и они захватывают электрон валентной зоны, и получается связанная дырка.

**!** Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на [pulsar@phystech.edu](mailto:pulsar@phystech.edu)



Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на [lectoriy.mipt.ru](http://lectoriy.mipt.ru).

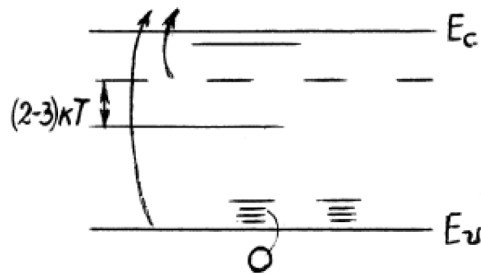


Рис. 12.14

Если присутствуют и доноры и акцепторы, то уравнение будет записываться так:

$$N_a^- + n = p + N_d^+$$

Но это уравнение дает в итоге уравнение четвертой степени, и мы не будем его рассматривать.

Рассмотрим качественно поведение хим. потенциала при наличии одной донорной примеси.

$$n = Q_n e^{\mu/\kappa T},$$

$$p = Q_p e^{-\mu/\kappa T} e^{-E_g/\kappa T},$$

$$N_d^+ = N_d \frac{1}{e^{\frac{E_d - \mu}{\kappa T}} + 1}.$$

Рассмотрим ситуацию на качественном уровне.

При малых температурах вероятность перехода с потолка валентной зоны гораздо меньше, чем с донорного уровня, поэтому можно вообще не учитывать переходы из валентной зоны. Как известно, уровень хим. потенциала лежит посередине запрещенной зоны. Здесь эту роль будет выполнять промежуток между донорным уровнем и зоной проводимости.

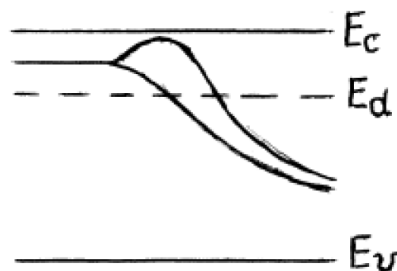


Рис. 12.15

При увеличении температуры, когда уже все донорные атомы будут ионизованы, то переходы электронов будут только из валентной зоны, поэтому хим. потенциал опустится до середины запрещенной зоны.

Построим график зависимости  $\ln n$  от  $\frac{1}{T}$ . При малых температурах  $n \propto e^{-E_d/2\kappa T}$ . Изначально (при  $T = 0$ ) никаких электронов нет, поэтому выходим мы из нуля. При повышении температуры наступает момент, когда все доноры уже ионизовались, а соб-



Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на [pulsar@phystech.edu](mailto:pulsar@phystech.edu)



**!** Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на [lectoriy.mipt.ru](http://lectoriy.mipt.ru).

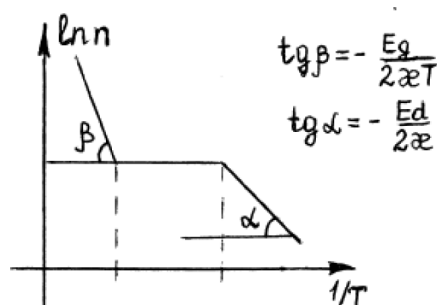


Рис. 12.16

ственные атомы — нет. Тогда зависимости концентрации от температуры не будет. Затем начнутся переходы собственных электронов.

Электропроводность полупроводника. Формула Друде:

$$\sigma = \frac{e^2 n(T) \tau(T)}{m_n^*} = e n(T) \mu(T),$$

где  $\mu$  — подвижность.

В металлах только при нагреве в сто тысяч кельвинов можно добиться изменения электропроводности. В полупроводниках все не так.

Электроны и дырки переносят ток совместно.

$$j = j_n + j_p = e(n\mu_p + p\mu_p).$$

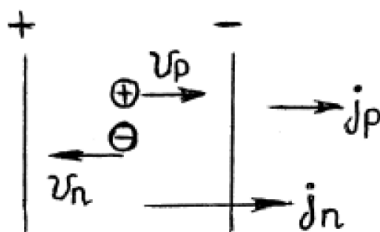


Рис. 12.17

А вот при отклонении магнитным полем, электроны и дырки будут отклоняться в одну сторону, поэтому эффект Холла в этом случае будет ослаблен или вообще исчезнет:

$$F = \frac{e}{c} [\vec{v}, \vec{B}] \propto \frac{1}{c} [j, \vec{B}].$$

**!** Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на [pulsar@phystech.edu](mailto:pulsar@phystech.edu)