
ЛЕКЦИЯ 13

НИЗКОРАЗМЕРНЫЕ СИСТЕМЫ

1. Дисперсия в системах разных размерностей

Будем проводить аналогии для систем различных размерностей между электромагнитной волной и электроном, движущимся как квазичастица в проводнике.

Закон дисперсии ЭМ-волны в 3D-случае:

$$\omega^2 = c^2(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2).$$

Зависимость поля от координаты выглядит следующим образом:

$$\vec{E}, \vec{H} \propto e^{i\vec{k}\vec{r}}.$$

Теперь то же самое для электрона:

$$E(\vec{p}) = \frac{\hbar^2}{2m_n^*}(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2).$$

Теперь нужно создать условия, чтобы ЭМ-волна стала двумерной, т. е. чтобы по одной из координат получилась стоячая волна. Для этого пустим ее в промежуток между двумя идеальными металлическими пластинами. Поскольку волна должна подходить к пластинке только с нормальной компонентной, то таким образом, получится квантование для z -компоненты

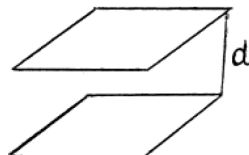


Рис. 13.1

$$k_z d = \pi n.$$



Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

Закон дисперсии в 2D-случае:

$$\omega^2 = c^2 \left(k_x^2 + k_y^2 + \frac{\pi^2 n^2}{d^2} \right) = c^2(k_x^2 + k_y^2) + E_n.$$

То же самое для электронов: $k_z d = \pi n$.

$$E(k_x, k_y, n) = \frac{\hbar^2}{2m_n^*} (k_x^2 + k_y^2) + E_n.$$

Это называется **quantum well** (**квантовый колодец**) или КЯ — **квантовая яма**.

Для создания одномерного случая нужно также замкнуть металлическими пластинами какие-то две стенки. Тогда получится волновод, с Закон дисперсии в 1D-случае:

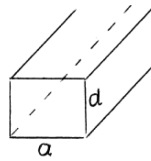


Рис. 13.2

$$\omega^2 = c^2 \left(k_x^2 + \frac{\pi^2 m^2}{a^2} + \frac{\pi^2 n^2}{d^2} \right).$$

При создании волновода мы сразу задаем минимально возможную частоту, которая может в нем распространяться. Происходит это потому, что величина $\left(\frac{\pi^2 m^2}{a^2} + \frac{\pi^2 n^2}{d^2} \right)$ положительная, и ω^2/c^2 не может быть меньше нее. В противном случае получится мнимая волна. Поэтому характеристиками a и d при числе $n = 1, m = 1$, задается это минимальное значение частоты.

Для электронов такая ситуация называется *quantum wire*, или квантовая проволока, квантовая нить.

Для полного описания нам нужен и 0D-случай. Для электромагнитной волны, замкнув еще две стенки, получим резонатор, а в случае электрона это называется квантовая точка. Примером квантовой точки является атом.

2. Взаимодействие поля и металла

Электростатическое поле не проникает в идеальный металл, поскольку электроны металла экранируют практически любое поле.

Сначала рассмотрим металл, энергетические зоны в нем

$$E_F = \frac{(3\pi^2 n)^{2/3}}{2m^*} \hbar.$$

Если мы будем воздействовать внешним электрическим полем, то электроны сместятся к тому краю, где появилось поле. В школе мы говорили, что поле не проникает в металл, но мы считаем что проникает и затухает. Тогда образуется потенциал, способствующий тому, чтобы электроны перетекли туда.



Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu

! Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

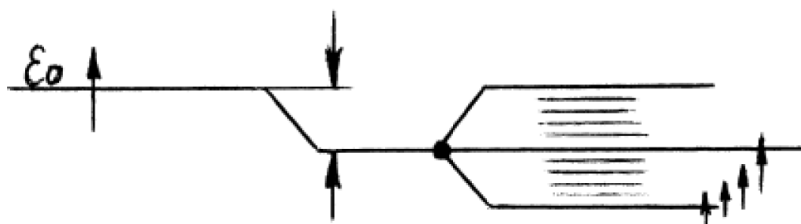


Рис. 13.3

Рассмотрим **квазиклассическое приближение** для электрона.

Если мы добавим внешнее поле, то получится:

$$\hat{H} = \underbrace{-\frac{\hbar^2}{2m_0}\Delta}_{E(\vec{p})} + U_{resh} + U_{vнешн}.$$

Внешнее поле не меняется на расстоянии в период решетки. Поэтому можно написать что-то похожее на кинетическую и потенциальную энергии.

Для полупроводников нужно рассматривать две зоны:

Помещая полупроводник в поле — изгибаются зоны.

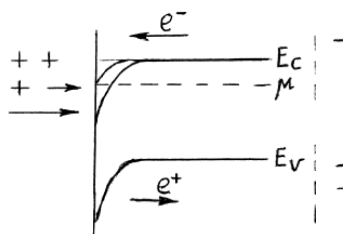


Рис. 13.4

Если дно зоны проводимости опустится ниже хим. потенциала, то все состояния ниже него должны быть заполнены.

Поскольку электрон — это волна де-Бройля, то

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{p} \simeq \frac{\hbar}{\sqrt{2m_n^* kT}},$$

и эту величину надо сравнивать с промежутком, на котором характерно меняется потенциал. Если они одного порядка, то тогда нормальная компонента поля будет квантоваться.

Концентрация электронов вблизи границы изменилась и появился дополнительный потенциал. Эти величины должны удовлетворять уравнению Пуассона:

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = -4\pi e[n(x) - n_0].$$

Но нужно еще одно уравнение, чтобы решить.

$$n_0 = \int dE g(E) \bar{n}(E, T),$$

! Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu

!

Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

4

$$\begin{aligned}
 n(x) &= \int dE g \underbrace{(E - e\phi) \bar{n}(E - e\phi, T)}_{f(E, T)} \stackrel{\text{metall}}{\simeq} g^0(E_F) \int dE \bar{n}(E - e\phi, T) \simeq \\
 &\simeq g^0(E_F) \int de \left\{ \bar{n}(E, t) - e\phi \frac{\partial \bar{n}}{\partial E} \right\}, \\
 n(x) &\simeq n_0 - e\phi g^0(E_F), \\
 \frac{d^2 \phi}{dx^2} &\stackrel{\text{metall}}{=} 4\pi e^2 \frac{3}{2} \frac{n_0}{E_F} \phi,
 \end{aligned}$$

$l_{TF}^2 = \frac{E_F}{6\pi l^2 n_0}$ — длина экранирования Томаса–Ферми.

Для полупроводника:

$$\begin{aligned}
 n(x) &\simeq \int deg^0(E) \left[\bar{n}_0 - \frac{e\phi}{\kappa T} \bar{n} \right], \\
 \frac{d^2 \phi}{dx^2} &\stackrel{\text{semicond}}{=} 4\pi e^2 \frac{n_0}{\kappa T} \phi = \frac{\phi}{l_D^2},
 \end{aligned}$$

где $l_D^2 = \frac{\kappa T}{4\pi e^2} n_0$ — длина экранирования Дебая.

Оценка этих величин дает:

$$l_{TF} \sim 10^{-9} \text{ см — для металлов,}$$

$$l_D \gtrsim 10^{-6} \div 10^{-5} \text{ см — для полупроводников.}$$

3. Электронный газ в 2D-случае

Есть два способа создать создать двумерный электронный газ.

Первый из них — МОП — металл-окисел-полупроводник (МДП — металл, диэлектрик, полупроводник).

Берется легированный полупроводник, например $p-Si$, на нем окисел, а еще выше — металл (затвор). Подается напряжение, заряды перераспределяются, на левом краю возникнет изгиб уровней.

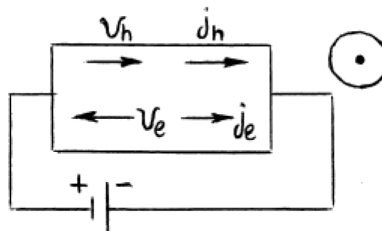


Рис. 13.5

Потенциал выглядит следующим образом:

Эта задача сводится к треугольной яме, после разложения экспоненты.

!

Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu

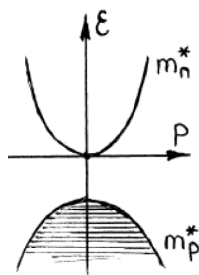


Рис. 13.6

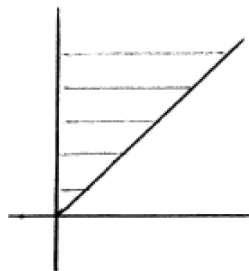


Рис. 13.7

Если приложить напряжение перпендикулярно оси z , то можно перегонять электроны по осям x и y . А если приложить магнитное поле, то можно получить эффект Холла.

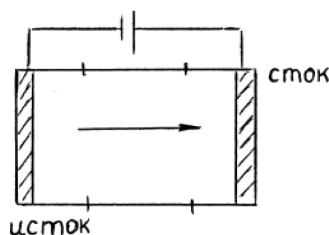


Рис. 13.8

Вторым способом является гетероструктура.

Нужно взять два одинаковых полупроводника, у одного из которых ширина запрещенной зоны немного меньше. Постоянная решетки у обоих должны быть почти одинаковая, лучше вообще одинаковая.

Например если один из них — GaAs, а второй — $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$. Проводили много опытов, чтобы подобрать такой x , чтобы постоянные решетки почти совпали.

Пространственное квантование будет, если ширина ямы совпадает с длиной дебройлевской волны. Создают такие структуры с помощью метода молекулярной эпитаксии, наращивая высоту послойно.

Электрон может свалиться с верхнего уровня на нижний, и будет излучен квант света. Так работает лазер на гетероструктуре — blue-ray laser.

Если в таких структурах протравить канал, то можно получить волновод — одномерный электронный газ.

Если выращиваются пирамидки (цилиндрики) из этих материалов, то решетки этих пирамид есть квантовые точки. Получаются трехмерные полупроводниковые резонато-

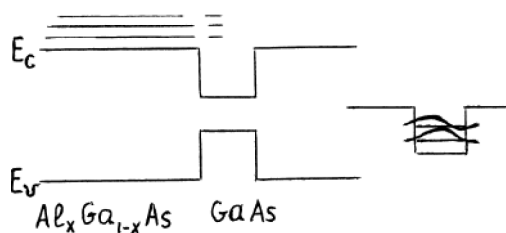


Рис. 13.9

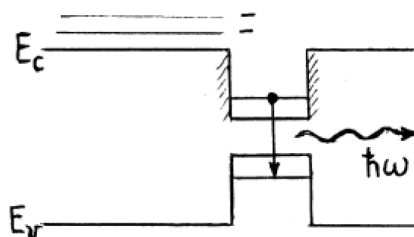


Рис. 13.10

ры. Лазеры на квантовых точках тоже создаются и применяются.

4. Графен

У графита каждый последующий слой сдвинут, и расстояние между ними больше, чем в пределе плоскости, поэтому когда мы пишем карандашом, то слои отделяются.

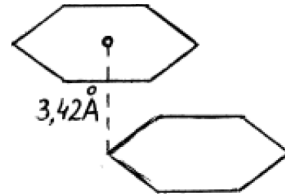


Рис. 13.11

Графен представляет из себя слой шестиугольников. Он очень прочный за счет того, что имеет чисто плоскую структуру, в отличие от графита. Поскольку решетка у графена не центрированная, то она не является решеткой Бравэ. В элементарную ячейку графена входит два атома.

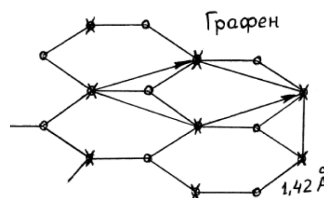


Рис. 13.12

Обратная решетка графена тоже является шестиугольной решеткой. Нужно построить решетку Виггнера – Зейца. Точный закон дисперсии можно получить только в приближении сильной связи, когда мы учитываем только связь с ближайшим соседом. Но в графене ближайшие соседи — это другие атомы, поэтому волновые функции в них другие, их нельзя определить просто сдвигом фазы волновой функции нашего атома. Тогда волновая функция будет представляться столбцом:

$$\begin{pmatrix} \hat{H}_0 - J e^{i\vec{k}\vec{r}} \\ \hat{H}_0 + J e^{-i\vec{k}\vec{r}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_A \\ \psi_B \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} \psi_A \\ \psi_B \end{pmatrix}$$

$$e^{i\vec{k}\vec{r}} = e^{ik_x \frac{a\sqrt{3}}{2}} e^{ik_y \frac{a}{2}} .$$

Далее нужно приравнять детерминант к нулю, получим квадратное уравнение. Одно решение соответствует валентной зоне, другое — зоне проводимости.

Если в зоне Бриллюэна графена пойти, например, по направлению k_x , то на границе зоны будет щель (запрещенная зона). А вот если двигаться по направлению к вершине, то получится, что щели вообще нет. То есть графен — бесщелевой полупроводник.

Эти вершины шестиугольника являются экстремумами. Если разложить закон дисперсии вблизи этих точек, то окажется, что экстремумы будут не в виде эллипсоидов, а в виде конусов, то есть изоэнергетическая поверхность — это просто шесть точек. Уровень хим. потенциала находится ровно посередине этих двух конусов, а все что ниже — заполнено.

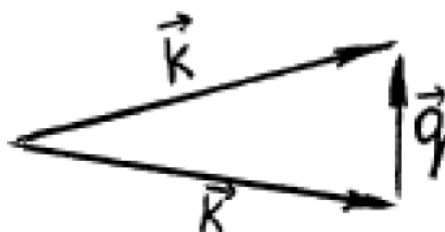


Рис. 13.13

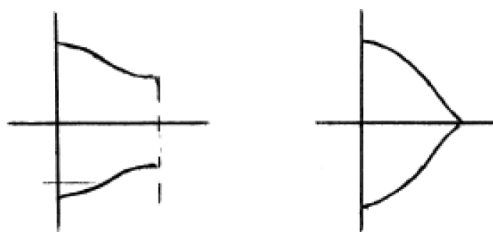


Рис. 13.14

Поскольку каждый экстремум принадлежит трем зонам, то можно сказать, что два полных экстремума находятся в одной зоне Бриллюэна.



Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки.
Следите за обновлениями на lectoriy.mipt.ru.

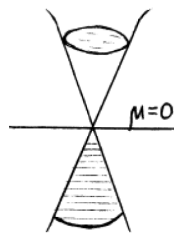


Рис. 13.15



Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой.
Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на pulsar@phystech.edu